

Ex 4

Exercice 10

A, B et C ne sont pas alignés.

1) $\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ces vecteurs ne sont clairement pas colinéaires donc A, B et C ne sont pas alignés.

2) On cherche a et b tels que $\vec{AC} = a\vec{AB} + b\vec{k}$:

2) On cherche a et b tels que $\vec{AC} = a\vec{AB} + b\vec{k}$ et \vec{k} ne sont pas coplanaires.

ce qui est clairement impossible donc \vec{AB}, \vec{AC} et \vec{k} ne sont pas coplanaires.
 $\begin{cases} -2a = -2 \\ 0 = 2 \\ a + b = 2 \end{cases}$ ce qui est clairement impossible donc \vec{AB}, \vec{AC} et \vec{k} ne sont pas coplanaires et il existe un

3) I est un point de la droite passant par O et de vecteur directeur \vec{k} donc \vec{OI} et \vec{k} sont colinéaires et il existe un

réel c tel que $\vec{OI} = c\vec{k}$ donc $\begin{cases} x_I = 0 \\ y_I = 0 \\ z_I = c \end{cases}$ d'où $I(0; 0; c)$.

$\vec{AI} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ avec $\vec{AI} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ c \end{pmatrix}$

De plus $I \in (ABC)$ donc \vec{AB}, \vec{AC} et \vec{AI} sont coplanaires et il existe a et b tels que $\vec{AI} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ avec $\vec{AI} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ c \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} -2a - 2b = -2 \\ 2b = -1 \\ a + 2b = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 - b \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = a + 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ donc } I \left(0; 0; \frac{1}{2} \right)$$